Definición de derivada

La derivada es uno de los conceptos más importante en matemáticas. La derivada es el resultado de un límite y representa la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en un punto. Pero vayamos por partes.

La definición de derivada es la siguiente:

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

9.9. APLICACIONES DE LA DERIVADA

9.9.1. Interpretación Geométrica De La Derivada

Uno de los problemas históricos que dieron origen al cálculo infinitesimal es muy antiguo, data del gran científico griego Arquímedes (287 – 212 a.C.) es el llamado: **problema de las tangentes** y que se describe a continuación.

Dada una curva cuya ecuación referida al plano cartesiano viene dada por *y = f (x)* (fig. 9.5.).

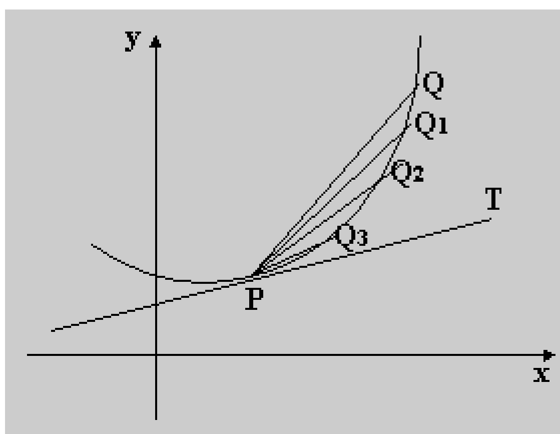

fig. 9.5.

Sea *P* un punto fijo de la curva y sea *Q* un punto móvil de la curva y próximo a *P*.

La recta que pasa por *P* y *Q* se denomina: **recta secante**.

Cuando el punto *Q* se mueve hacia *P* sobre la curva, adoptando las posiciones sucesivas: Q_1, Q_2, Q_3, ..., Q_n, ..., entonces, la posición límite (si existe) de la secante, se denomina: **la recta tangente a la curva en *P***.

Ahora, si las coordenadas de los puntos *P* y *Q* son respectivamente: $P(c, f(c))$

, $Q(c+h, f(c+h))$ (Ver fig. 9.6.), entonces, la pendiente de la recta secante $\overline{PQ}$, denotada por $m_{\sec \overline{PQ}}$ viene dada por:

$$m_{\sec \overline{PQ}} = tan\, \alpha = \frac{f(c+h) - f(c)}{h}$$

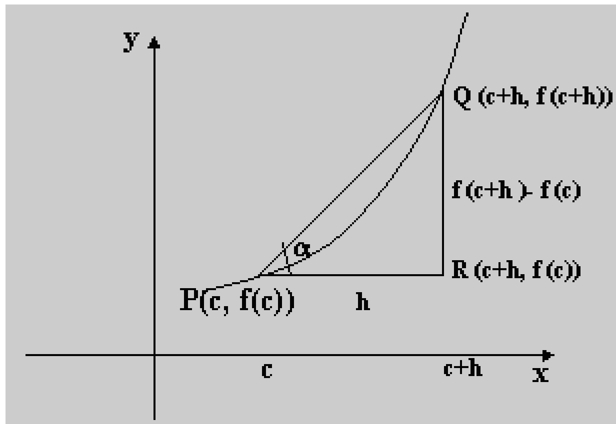

fig. 9.6.

En consecuencia, la recta tangente a la curva en *P* (si no es vertical), es la recta cuya pendiente m_T viene dada por:

$$m_T = \lim_{P \to Q} m_{\sec \overline{PQ}} = \lim_{h \to 0} \frac{f(c+h) - f(c)}{h} = f'(c)$$

De esta forma, la ecuación de la recta tangente a la curva en $P(c, f(c))$ es:

$y - f(c) = f'(c)(x - c)$(<u>Punto – Pendiente</u>)